

Numerik für Differenzialgleichungen (Praktikum)

Sommersemester 2017

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels

M.Sc. S. Hertzog

Informationen und aktuelle Hinweise zur Vorlesung finden Sie im Internet unter
<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss17/ndgln>.

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1. (4 Punkte) Wir betrachten die Federpendelgleichung

$$y'' + ry' + D(y - l) = 0$$

mit den Anfangsdaten $y(0) = y_0$ und $y'(0) = v_0$.

(i) Implementieren Sie das explizite Eulerverfahren für die Federpendelgleichung im Intervall $[0, T]$ für $T = 50$ mit den Parametern $r = 1/10$, $D = 1$, $y_0 = l = 0$ und $v_0 = 1$ und der Schrittweite $\tau = 2^{-5}$. Stellen Sie die Approximationslösung graphisch dar.

(ii) Erweitern Sie das Programm, um neben dem expliziten Eulerverfahren auch das Heun-Verfahren mit Inkrementfunktion

$$\Phi(t_k, y_k, \tau) = \frac{f(t_k, y_k) + f(t_k + \tau, y_k + \tau f(t_k, y_k))}{2}$$

und das Euler-Collatz-Verfahren mit Inkrementfunktion

$$\Phi(t_k, y_k, \tau) = f\left(t_k + \frac{\tau}{2}, y_k + \frac{\tau}{2} f(t_k, y_k)\right)$$

zu realisieren.

(iii) Die exakte Lösung der Federpendelgleichung ist

$$y(t) = (v_0/\omega)e^{-rt/2} \sin(\omega t),$$

mit $\omega = \sqrt{D - r^2/4}$. Vergleichen Sie für $T = 40$ die exakte Lösung graphisch mit den Approximationslösungen der drei Verfahren und bestimmen Sie die Approximationsfehler $|y_K - y(t_K)|$ zum Zeitpunkt $t_K = T = 40$, für die Schrittweiten $\tau = 2^{-s}$, $s = 1, 2, \dots, 5$.

Abgabe: Per Email an den Tutor bis spätestens Freitag, den 24. Mai 2017.