

# Numerik für Differenzialgleichungen (Praktikum)

Sommersemester 2017

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels

M.Sc. S. Hertzog

Informationen und aktuelle Hinweise zur Vorlesung finden Sie im Internet unter  
<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss17/ndgln>.

## Übungsblatt 2

**Aufgabe 2.1.** (4 Punkte) Wir betrachten die Federpendelgleichung

$$y'' + ry' + D(y - l) = 0$$

mit den Anfangsdaten  $y(0) = y_0$  und  $y'(0) = v_0$ .

(i) Implementieren Sie das explizite Eulerverfahren für die Federpendelgleichung im Intervall  $[0, T]$  für  $T = 50$  mit den Parametern  $r = 1/10$ ,  $D = 1$ ,  $y_0 = l = 0$  und  $v_0 = 1$  und der Schrittweite  $\tau = 2^{-5}$ . Stellen Sie die Approximationslösung graphisch dar.

(ii) Erweitern Sie das Programm, um neben dem expliziten Eulerverfahren auch das Heun-Verfahren mit Inkrementfunktion

$$\Phi(t_k, y_k, \tau) = \frac{f(t_k, y_k) + f(t_k + \tau, y_k + \tau f(t_k, y_k))}{2}$$

und das Euler-Collatz-Verfahren mit Inkrementfunktion

$$\Phi(t_k, y_k, \tau) = f\left(t_k + \frac{\tau}{2}, y_k + \frac{\tau}{2} f(t_k, y_k)\right)$$

zu realisieren.

(iii) Die exakte Lösung der Federpendelgleichung ist

$$y(t) = (v_0/\omega)e^{-rt/2} \sin(\omega t),$$

mit  $\omega = \sqrt{D - r^2/4}$ . Vergleichen Sie für  $T = 40$  die exakte Lösung graphisch mit den Approximationslösungen der drei Verfahren und bestimmen Sie die Approximationsfehler  $|y_K - y(t_K)|$  zum Zeitpunkt  $t_K = T = 40$ , für die Schrittweiten  $\tau = 2^{-s}$ ,  $s = 1, 2, \dots, 5$ .

**Abgabe:** Per Email an den Tutor bis spätestens Freitag, den 24. Mai 2017.